

灾难与风险溢价之谜:最新研究进展评述*

刘昌义

[摘 要]“风险溢价之谜”在资产定价理论中占有举足轻重的地位,自 Mehra and Prescott (1985)提出这个谜以来,尽管已有大量的研究,这个谜却一直没能得到很好的解释。而 Rietz-Barro 等将罕见灾难引入资产定价模型,不仅完美地解释了高风险溢价和低无风险利率之谜,而且学者们进一步引入广义预期效用和可变灾难,同时将灾难的解释范围扩展到股票、债券、期权等金融资产的定价和价格波动之谜,解决了传统金融理论所无法解释的众多宏观金融难题。更为重要的是,通过引入系统性风险,真实经济周期理论和资产定价理论有了新的突破,从而打开了一扇融合现代宏观经济学和金融学的大门。

关键词:灾难 风险溢价之谜 系统性风险 广义预期效用 资产定价

JEL 分类号:E43 E44 G12

一、引言

2008 年美国次贷危机引发的全球金融危机,使得政府和学术界开始意识到经济和金融体系中系统性风险的重要性,而传统的金融理论和模型关注的都是非系统性风险。以 Barro 为首的学术界开始探索如何在传统资产定价模型中体现系统性风险,而这一进展又与“风险溢价之谜”的研究密不可分。

资产定价理论是现代西方金融理论的核心,建立在新古典经济学基础之上。根据传统的资产定价理论所得出的无风险利率较高,风险资产的回报率与无风险利率的差异很小,无法解释现实中二者差异较大的现象,这就是所谓的“风险溢价之谜”。因此,风险溢价之谜对传统的资产定价理论和新古典经济学理论提出了挑战(Mehra, 2008)。因此,解决风险溢价之谜,不仅对资产定价理论,而且对整个现代金融理论和宏观经济理论的发展具有十分重要的作用和意义。

自 Mehra and Prescott (1985)提出“股权风险溢价之谜”(equity risk premium puzzle,以下简称风险溢价)以来,这一命题就吸引了众多金融经济学家的关注^①。经过二十多年的发展,学者们提出了种种假说来加以解释,例如考虑习惯形成的作用,或考虑相对消费,或考虑行为金融中的损失厌恶,或使用广义期望效用函数^②。但没有一个因素能够完全解释风险溢价之谜,这些假设要么需要高得不现实的参数(例如相对风险厌恶大于 10),要么得出自相矛盾的结论(例如得到很高的无

* 刘昌义,中国气象局国家气候中心,助理研究员,经济学博士。本文受“十二五”国家科技支撑计划课题“IPCC 第五次评估对我国应对气候变化战略的影响”基金项目(编号:2012BAC20B05)资助。

① 对此的综述可见 Campbell (2003)、Mehra (2008),中文综述可见汪昌云和汪勇祥 (2007)、邓学斌 (2009)。

② 按照 Mehra (2008)的二分法,风险溢价之谜的解释因素可以归为两类:基于风险和非风险的。基于风险的解释因素包括:(1)偏好结构的改变(分离风险偏好和时间偏好);(2)引入习惯形成和行为模型;(3)由一种商品、代表性消费者,转向考虑多种商品和异质性消费者;(3)由 Lucas 禀赋型经济模型转变为生产模型;(4)考虑市场不完全和存活偏误;(5)考虑不确定性。基于非风险的解释因素包括(但非全部):(1)如果考虑流动性和交易平衡,那么使用政府债券作为消费的跨期边际替代率就是不合适的;(2)考虑政府规制的作用;(3)考虑税收的作用;(4)引入借贷约束;(5)考虑异质性的消费者、中间成本等。Mehra (2008)认为,无论是基于风险还是非风险的因素,都无法完全解释风险溢价之谜。

风险利率,即所谓的无风险利率之谜),因此不仅无法解释风险溢价之谜,更谈不上解释更多相关的宏观金融问题(例如资产价格和市盈率的波动、汇率远期升水或贴水、期货市场价格波动等等)。

根据风险利率和无风险利率的决定式(下文式 1),可知要解决风险溢价之谜,需要从相对风险厌恶、纯时间偏好和消费增长率的波动等方面入手。以往的研究都无法很好地解释风险溢价,一个很重要的原因正是这些模型中的消费增长率缺乏大幅波动。那么,是否可以引入灾难,从而使得消费增长率的方差足够大呢?事实上早有学者从这一思路出发,例如,Rietz(1988)就另辟蹊径,在经济增长的马尔科夫过程中加入灾难状态,从而成功地解释了高风险溢价以及低无风险利率之谜。此外,Bansal and Yaron(2004)在资产定价模型中引入长期经济增长率波动,也证明扩大经济增长率波幅的思路不仅可以解释风险溢价之谜,还可以成功地解释股市回报率和市盈率的波动。在方法上,Rietz 与 Bansal-Yaron 模型也有异曲同工之妙。

虽然引入灾难可以完美地解释风险溢价,但这一思路似乎并没有受到西方金融经济学界足够的重视,一个很重要的原因是缺乏现实数据的支持(Mehra and Prescott,1988)。因此,Barro(2006)的一篇实证研究正好弥补这一缺憾。Barro(2006)根据世界主要国家在二十世纪多次大的经济灾难的数据,不仅找到了灾难存在的经验证据,而且结合理论模型完美地证明了灾难可以很好地解释高风险溢价和低无风险利率现象。Rietz(1988)、Bansal and Yaron(2004)、Barro(2006; 2009)及其后来者的研究突破了经典的资产定价理论和假设,利用灾难成功解释了风险溢价等诸多资产定价和宏观金融难题,更为重要的是,这一突破标志着金融理论开始引入系统性风险,意味着现代金融学和宏观经济学可以实现经济学家期盼已久的融合。

相对于传统的模型,灾难模型中最重要的两个改变是引入灾难和使用广义预期效用函数。因此,本文的安排如下:第二节简述风险溢价之谜,并解释为何引入灾难以及如何引入灾难。第三节在灾难的基础上引入广义预期效用函数,同时说明为何要用广义预期效用函数及其局限。第四节对灾难的应用范围进行扩展,说明为何灾难可以解释传统金融理论模型所无法解释的诸多金融现象,并总结灾难在金融和宏观经济理论中的作用。最后是小结。

二、风险溢价之谜与灾难

(一)风险溢价之谜的提出

Mehra and Prescott(1985)在 Lucas(1978)纯交换禀赋经济模型的基础上,假定经济增长服从马尔科夫过程(好、坏两种经济增长状态)^①,并使用不变相对风险厌恶(CRRA)的幂效用函数,并将 CRRA 参数限定在 1~10 之间,纯时间贴现因子参数限定在 0~1 之间。得到风险溢价的最终决定简式:

$$\ln E_t[R_{t+1}^e] - \ln R^f = \gamma \sigma^2 \quad (1)$$

其中 $r^e = \ln E_t[R_{t+1}^e]$ 为期望风险回报率, $r^f = \ln R^f$ 为无风险利率,二者的差异称为“风险溢价”,即投资者对风险资产所要求的高出无风险利率的那部分回报率。 γ 为相对风险厌恶系数, σ^2 为消费增长率的方差。

Mehra and Prescott(1985)根据模型得出的最大的风险溢价为 0.35%,得到的无风险回报率在 0~4%之间。而根据美国 1889~1978 年间的经济数据,反映无风险利率的短期债券的年均回报率约

^① 这两个状态分别为 $\lambda_i = 1 + g \pm \delta (i=1,2)$,其中 g 和 δ 分别为消费增长率的均值和标准误。正是这一设定导致消费增长率的方差很小,因而无法解释风险溢价(本文式 1)。Rietz(1988)引入第三种状态(灾难)的思路也来源于此。

为 0.8%,而反映风险回报率的标普 500 综指的年均回报率约为 6.98%,二者之间的风险溢价高达 6.18%。而美国过去一个世纪的人均消费增长率约为 2%,方差为 0.04%,那么满足上述风险溢价公式需要风险厌恶参数 $\gamma=150$,而这显然是极不现实的。由此,Mehra and Prescott(1985)总结认为当前的 Arrow-Debreu 一般均衡模型无法解释这种“风险溢价之谜”——既无法解释为何平均股权回报如此之高,又无法解释为何平均无风险利率会如此之低。

问题出在哪里呢?问题就出在两状态的设定上,Mehra and Prescott(1985)在经济增长率的马尔科夫过程中,好(坏)状态只是在增长率均值的基础上向上(下)浮动一个标准差,而这样的波动程度显然是无法满足风险溢价要求的波动幅度的,因而也就无法解释风险溢价。

那么是否还有别的途径呢?根据(1)式,如果将 γ 限定在 1~3 之间的正常范围内,那么就只有大幅提高经济增长率的波动幅度了。例如,当 $\gamma=3$ 时,为了得到 7%的风险溢价,那么每年经济增长率的波动标准差要在 80%左右,而这同样看似是极不现实的。这也是为何 Mehra and Prescott(1988)会质疑 Rietz(1988)灾难思路的根本原因。但现在看来,在现实中这种小概率灾难风险确实是存在的,而且即便在经济平和时期没有灾难发生,投资者依然会要求对这一潜在的灾难风险支付溢价^①。

(二)引入灾难:经济增长率的大幅波动

Rietz(1988)在 Mehra and Prescott(1985)的基础上引入第三种状态:在经济增长率中引入小概率、大影响的经济灾难(灾难发生概率在 0.0001~0.014 之间,灾难导致的损失占总产出的 50%~100%之间)^②。结果表明,在合理的参数范围内(γ 在 1~10 之间),引入灾难可以很好地解释了高风险溢价以及低无风险利率之谜。此外,Rietz 注意到,除风险偏好外,灾难的规模(即灾难导致的产出损失)和灾难发生的概率都会影响无风险利率和风险溢价的水平,这为后续的研究思路埋下了伏笔。

Barro(2006)沿用了 Rietz(1988)的思路。在设定增长率函数时,在传统的假设对数产出增长率服从带漂移的随机分布的基础上,额外加入一个随机变量 v_{t+1} 以反映灾难对增长率的影响:

$$\log(C_{t+1})=\log(C_t)+g+u_{t+1}+v_{t+1} \quad (2)$$

其中 C_t 表示第 t 期的产量(也等于第 t 期的消费)。 g 为外生的均衡增长率,随机变量 u_{t+1} 反映一般的宏观经济波动,服从均值为 0、方差为 σ^2 的标准正态分布。假定 g 和 σ 都是已知的^③。

与传统模型不同的是,(2)式中增加了一个随机变量 v_{t+1} ,而灾难对经济增长率的影响正是通过这一变量实现的。 v_{t+1} 服从二项分布^④。设灾难发生的概率为 p ,总产出减少比例为 b ,假设 p 和 b 为固定常数(本文将之称为固定灾难)^⑤:

$$\begin{cases} \text{灾难不发生的概率}(1-p): v_{t+1}=0 \\ \text{灾难发生的概率 } p: v_{t+1}=\log(1-b) \end{cases}$$

从而预期消费增长率 g^* 相比无灾难时减少 $p \cdot Eb$:

$$g^*=g+\sigma^2/2-p \cdot Eb \quad (3)$$

Barro(2006)利用幂效用函数和固定灾难概率 p 和规模 b ,得到风险溢价公式:

① 这在金融学上称为“比索问题”(peso problem),见下文介绍。

② 第三种状态为灾难下的增长状态: $\lambda_3=\psi(1+g)$,这里 ψ 表示灾难发生导致消费增长率下降的比率。有 $\lambda_3<\lambda_2<\lambda_1$ 。

③ 与 Barro(2006)处理方法不同的是,Weitzman(2007)认为 σ 是未知的,通过贝叶斯方法确定 σ 对资产定价过程来说是非常重要的,而且这一过程会产生厚尾分布。下文有详述。

④ 另一种设定方法,是在传统金融模型中假定对数消费服从算术布朗运动($d\ln c_t=gdt+\delta dz$)的基础上,加入灾难风险的影响,即: $d\ln c_t=gdt+\delta dz-\lambda dq$,这里 dq 代表一次泊松(跳跃)过程, λ 表示均值回复率(Arrow et al.,2012)。

⑤ Barro(2006)根据历史数据进行校准后,假定灾难发生的概率为 0.17%/年,发生灾难时消费下降 29%。

$$r^e - r^f = \gamma \sigma^2 + p E \{ b \cdot [(1-b)^{-\gamma} - 1] \} \quad (4)$$

其中 $r^e = \ln E_t[R_{t+1}^e]$, $r^f = \ln R^f$ 。(4) 式中等式右边第一项即等式(1), 反映的是一般的经济波动造成的风险溢价, 值很小可忽略不计; 而第二项反映的是灾难造成的风险溢价, 其值大小正好可以解释风险溢价。

与 Rietz(1988) 不同的是, Rietz 对灾难发生的概率和导致损失的幅度都采用假设的数据, 而 Barro 采用的是实际经济数据, 从而使得他的结论更具说服力。客观地评价, 如果说 Rietz(1988) 在资产定价中引入灾难的思路是创造性和革命性的, 那么 Barro(2006) 的文章则是里程碑式的, Barro(2006) 及其随后的一系列文章的最主要的贡献在于, 通过实证研究确立了灾难在解释风险溢价和资产定价问题上的核心地位, 并奠定了灾难用于解释其他诸多资产定价和宏观金融问题的基础。

Mehra(2008) 将风险溢价之谜的解释因素归为基于风险和非风险的两类。而 Barro and Ursua(2011) 进一步将基于风险的解释因素分为灾难和非灾难两种, 基于灾难的研究有 Rietz(1988)、Barro(2006) 和 Bansal and Yaron(2004)。在这些模型中, 灾难影响消费增长率的方式又有所不同, Rietz-Barro 采用短期灾难, 灾难对消费增长率的冲击是瞬时的; 而 Bansal and Yaron 使用长期灾难, 灾难影响长期均衡增长率。上述研究证明, 灾难作为一种很高的整体性消费波动, 不仅可以完美地解释风险溢价, 而且还可以解释许多与资产定价相关的宏观金融问题。

(三) 灾难影响人们的投资和储蓄行为及风险溢价的机制

上文已经说明了为何需要引入灾难。在继续深入之前, 还需要回答这样两个问题: 第一, 灾难是否可信? 灾难思路为何会被忽视? 第二, 灾难又是如何通过影响人们对小概率、大影响的系统性风险的认知, 继而影响人们的投资和储蓄行为进而影响市场风险溢价的?

灾难思路被质疑的原因, 主要是因为数据受限制(Barro and Ursua, 2011)。一方面, 要构建有代表性的样本, 需要多个国家和很长的消费或 GDP 的时间序列, 尤其是战争或经济危机时期的数据, 这对数据可得性是一个很大的挑战; 另一方面, 以往的学者采用的样本往往是基于美国一国的历史数据, 而美国近百年的增长波动并不大(即便包括大萧条时期), 这样就会产生样本偏误问题。

对于灾难是否可信的问题, Mehra and Prescott(1988) 对 Rietz(1988) 提出了质疑, 他们认为 Rietz 文章中将“灾难”定义为消费下降幅度超过 25% 是不可信的。但 Barro(2006)、Barro and Ursua(2008) 等人的对世界各国历史消费数据的实证研究表明, 许多国家在二十世纪的数次大的战争和大萧条之后都经历了经济增长和消费水平的大幅下降, 从而证实了这种经济意义上的灾难在现实中确实是存在的。

至于灾难思路被忽视的原因, 恐怕是多方面的, 除了数据的限制外, 一方面, 以往经济学家将灾难视为尾部事件, 忽视了这种小概率、大影响的系统性风险在决定人们的投资行为及市场风险溢价方面的作用。另一方面, 经典的经济学和金融理论都假设风险服从标准正态分布, 很少研究服从厚尾分布的风险和不确定性^①。

对灾难是如何通过影响人们的投资行为而影响风险溢价的, 它们之间的内在机理是怎样的, 目前还缺乏这方面的系统的理论阐述, 或许行为和心理学以及 Weitzman 等人的近期研究可以为我们揭示部分奥秘。本文将它们归结为四种解释。

第一种解释是“比索问题假说”(peso problem hypothesis)^②。即便是在正常的经济状态下(无系

① 金融系统中常用的“压力测试”(stress testing)研究的是小概率事件发生时的情形, 实质上就是一种厚尾分布情形。

② 所谓的“比索问题”, 是指上世纪 80 年代, 墨西哥的平均资产收益率持续高于美国的同类资产的现象, 原因则在于人们预期未来墨西哥比索会贬值。这一现象被一些学者称为“比索问题”。后来, “比索问题”被进一步发展为所谓的“灾害性事件预期”(Catastrophe Expectation)。就是说, 在面对不确定的未来时, 人们总会预测未来的某一天可能会出现某种不利的意外事件, 而且在开放、自由的环境中, 灾害性事件预期的影响会进一步扩散和自我强化。

统性风险),投资者也会对资产未来可能面临的系统性风险要求一个正的风险溢价,因为投资者对那些会影响资产价格的未来可能的灾难(即便当前还没有实际发生)赋予一个正的概率(即便概率非常小)。例如 Veronesi(2004)应用这一理论不仅成功地解释了风险溢价,而且还很好地解释了市盈率波动和回报率波动问题。

如果这一解释成立,那么这将颠覆经典的资产定价理论,因为传统的金融理论只考虑非系统性风险(例如(2)式中的消费增长率的一般波动)。而灾难理论告诉我们,风险溢价不仅来自于非系统性风险(例如单个资产的收益与市场整体回报率的协方差),而且更大程度上来自于系统性风险,而且是未来潜在的系统性风险。由于历史上的灾难导致了消费水平的大幅下跌,造成风险溢价,因此人们在当前或未来投资时就会在潜意识中形成对未来灾难的预期,并要求在当前对这种预期灾难支付一个正的风险溢价。

第二种解释是灾难的厚尾分布。根据 Barro(2006;2009)的研究,灾难幅度的分布呈典型的厚尾分布。虽然同样沿用灾难思路,但与 Rietz-Barro 校准参数的方法不同,Weitzman(2007)采用的是贝叶斯方法。他采用贝叶斯后验主观概率的方法和灾难厚尾分布的假设来解释风险溢价、无风险利率和股市波动性之谜。具体来说,Weitzman 的设定与传统模型几乎一样,例如纯交换经济、CRRA 偏好、消费增长率服从正态分布,所不同的是 Weitzman 假定这一正态分布的期望值和方差是未知的,即经济增长率存在结构性不确定性(*structural uncertainty*)。

而这种内在于历史经济增长率先验分布之中的结构性不确定性将导致未来经济增长率的贝叶斯后验分布呈厚尾分布,而且即便未来观测值趋于无穷,这种结构性不确定性也不会收敛为零。正是这种未来经济增长率的贝叶斯厚尾后验分布提高了风险溢价和股市波动性,同时降低了无风险回报率。而其中的奥秘正是在于随着时间的延长和不确定性的增大,人们的预防性储蓄动机将取代跨期消费替代动机,从而主导人们的储蓄和投资行为。

第三种解释是预防储蓄。Barro(2009)引入灾难后的结果表明,对一个可能以每年 1.7% 的概率发生、损失为当年 GDP 的 29% 的灾难,一个社会愿意减少每年近 20% 的 GDP 来消除这种潜在的灾难。由此可知,当未来的经济周期波动可能造成消费的大幅下降时,即便这一概率很小,当前人们也愿意牺牲相当大的福利来消除它。Kimball(1990)将这一现象归结为人们的“谨慎”(prudence)心理^①,即在面对未知的不确定性时,人们会有意识地提高储蓄(或进行投保),这一行为又被称为“预防储蓄”(precautionary saving)(Kimball and Weil,2009)^②。

第四种解释是模糊厌恶和损失厌恶。这一类研究关注的是人们对待模糊和损失的行为,属于行为经济和金融的内容。传统的经济和金融理论都建立在风险的基础上,而现实中更多的是不确定性,而灾难正是这样一种奈特式不确定性^③。就像风险对应于风险厌恶一样,奈特式不确定性对应的是人们的模糊厌恶(*ambiguity aversion*)的倾向^④。这种心理也会对风险资产的定价产生影响,

① 根据 Kimball(1990)的定义,如果消费者的边际效用函数为凸,那么就称其是“谨慎”的(*prudent*)。

② “预防性储蓄”的概念早在凯恩斯的《通论》中就曾出现过。

③ Knight(1921)对风险和不确定性进行了区分。风险指的是未来有多个自然状态,每个自然状态的概率是已知的;而不确定性指的是未来有多个自然状态,但每个自然状态的概率是未知的。后者又称为奈特式不确定性(*knightian uncertainty*)或模糊性(*ambiguity*)。

④ Ellsberg(1961)通过 Ellsberg 悖论实验说明了“模糊厌恶”。假设一个这样的实验:在一个黑箱中,已知有 30 个红色的球,还有 60 个黑球和黄球,但参与者并不清楚黑球和黄球具体各有多少个。现在考虑一个赌博,假设参与者可以选择某个颜色,抓到这种颜色的球就可以获得 1 元钱。此时参与者都倾向于选择红色。如果改变实验条件,假设只需抓到某两种颜色中的一种,就可以获得 1 元钱。此时参与者都倾向于选择黑、黄色。人们在前后两种选择中的偏好是不一致的。这一实验说明人们的行为往往会违背 von Neumann and Morgenstern 和 Savage 的预期效用理论,同时也说明人们具有模糊厌恶的倾向。

例如 Chen and Epstein(2002)就将模糊厌恶与风险资产回报溢价联系起来,证明资产定价中不仅存在风险溢价,还有“模糊溢价”。

此外,Kahneman and Tversky(1979)提出的前景理论(*prospect theory*)、框架依赖(*frame dependence*)和损失厌恶(*loss aversion*)等理论都表明投资者易受特定思维框架的影响,对损失具有更强的风险厌恶。这些行为金融方面的解释也可以提供解决风险溢价的视角。

(四)时变(time-varying)灾难

继 Rietz(1988)和 Barro(2006)(以下简称 Rietz-Barro 模型)的文章之后,引入灾难解决宏观金融问题一下开始成为主流的研究方法。但 Rietz-Barro 式的采用固定灾难的模式(将灾难发生的概率和损失程度定义为外生变量,且为常数)具有一定的局限性。因此,其他学者进一步对这一思路的方法和应用领域进行了扩展。

在方法上,一个改进是改变灾难发生概率和规模不变的假设,考虑可变灾难(Gabaix, 2008; 2012),而且引入可变灾难的方式有多种形式,既可以使用可变概率,也可以使用可变规模。第二,可以改变灾难永久性冲击的假设,考虑灾难恢复(Gourio, 2008),即灾难概率和规模同时可变。此外,还可以改变模型解决方法,使用累积生成函数(*cumulant-generating function*)代替随机贴现因子或马尔科夫过程(Martin, 2008; 2012)。

灾难概率可变。在解释股票市盈率波动时,可以使用两种不确定的来源,一是 Bansal and Yaron(2004)式的长期增长率不确定性;二是改用可变的灾难发生概率,这方面的研究例如 Gabaix(2012)和 Wachter(2011)利用可变灾难概率成功地解释了股市市盈率的波动。

灾难规模可变。Gabaix(2009)证明现实中的许多经济和金融现象符合幂律分布(*power-law distribution*),是典型的厚尾分布。单个幂律概率密度函数为:

$$f(z)=Az^{-(1+\alpha)} \quad (5)$$

其中 $z=1/(1-b)$, A 为常数, α 为厚尾程度,反映消费或 GDP 的波动。 α 越大分布尾部就越“细”,对应的风险溢价就越小。因此,(5)式中的风险溢价就取决于风险厌恶 γ 和厚尾程度 α 两个参数的角力——因为一方面风险厌恶 γ 越高,风险溢价就越大;另一方面,灾难造成消费或 GDP 的波动越小,厚尾程度 α 越大,风险溢价就越小^①。

在估计灾难规模时,Barro(2006;2009)、Barro and Jin(2011)利用上述幂律分布来估计灾难规模。Barro and Ursua(2011)校准的 $\alpha=5$, $\gamma \approx 3$,并利用灾难的厚尾分布成功地解释了风险溢价。

灾难的概率和规模同时可变。例如,Gabaix(2012)认为 Rietz-Barro 固定灾难模型无法解决更多的资产定价问题,例如股票市盈率波动、债券风险溢价的波动和股市总体回报率的可预测性等等,因此,Gabaix(2012)同时允许灾难发生的概率和规模可随时间而变,并解释了诸多宏观金融问题(见本文第四节)。

考虑灾难恢复。Rietz-Barro 式固定灾难概率和规模的假设,没有考虑灾难维持的时间,也没用考虑灾难恢复。Nakamura et al.(2010)在这方面进行了改进。他们将消费分为三个部分:潜在的消费、灾难造成的消费损失和短期冲击造成的消费损失,其中,灾难导致的消费损失随时间递减,以刻画灾难恢复情况。这一模型可以得到较高的风险溢价,但缺点是需要较高的风险厌恶($\gamma=6.4$),而且得到的风险溢价要小于现实中的风险溢价水平,因此这一模型还需要进一步改进。同时

① 当且仅当 $\gamma < \alpha$ 时风险溢价是有限的。Weitzman(2007)证明当灾难冲击的方差未知时,资产价格的分布呈 t 分布,其尾部足以厚到产生无穷大的风险溢价。Weitzman(2009)将其命名为“悲观定理”(dismal theorem)。

Nakamura 等发现在解释灾难恢复时必须使用 EZW 偏好。

三、引入广义预期效用函数

(一)预期效用函数的弊端

传统的时间可加的效用函数,最典型如幂效用函数, $U(c, \gamma) = (c^{1-\gamma} - 1) / (1 - \gamma)$, $0 < \gamma < \infty$ ^①。为效用函数的曲率,在增长模型和真实经济周期理论中常将其设为常数,它既代表不变相对风险厌恶(CRRA,用 γ 表示,一般 $\gamma > 1$)^②,又可以代表消费的跨期替代弹性(IES,用 ψ 表示,一般 $IES = \psi < 1$)。在确定条件下, $\psi = 1/\gamma$,表明如果个体对某一时点的不同状态下的消费变动(即风险)厌恶的话,那么他对不同时期之间消费的变动(即跨期消费)也是厌恶的。

虽然在模型中使用 CRRA 效用函数并没有任何先验的理由(或许数学计算上的便捷性是一个重要的考虑),但这样一来造成的一个缺点是无法分离代表性消费者的风险偏好和时间偏好,尤其是当现实中存在不确定的时候,消费者对不同状态和不同时期的偏好可能并不一致。Weil (1990)进一步指出,这种倒数关系不符合实际,因为现实中的消费者的相对风险厌恶和跨期替代弹性都较低。此外,将二者“绑定”也无法区分和体现宏观经济政策是如何分别通过风险偏好和时间偏好两个不同的渠道影响最优消费的(Hall, 1988)。

而传统的预期效用函数使相对风险厌恶和跨期替代弹性互为倒数的设定,正是导致无法同时解释低无风险利率和高风险溢价的一个重要原因。因为在传统模型中,消费是呈指数式增长的,设定一个较高的相对风险厌恶系数($\gamma \rightarrow \infty$)固然可以解释高风险溢价,但此时跨期替代弹性 $\psi \rightarrow 0$,代表性消费者平滑消费的动机很高,而储蓄意愿不足,对债券需求很低,导致无风险利率会非常高。反过来,如果 γ 较小,可以解释低无风险利率,却无法解释高风险溢价。因此,要同时解释这两种现象,就必须分离风险厌恶和消费的跨期弹性。这就迫使经济学家寻找新的效用函数,对二者进行分离。

(二)分离消费的跨期替代弹性(IES)

消费的跨期替代弹性 IES 决定了消费者对不同时期之间的消费的权衡,因而在资产定价模型中起着至关重要的作用。宏观经济学和金融学都 IES 的取值存在很大的争议,例如 Hall(1988)就认为 IES 应接近于零;而其他经济学家,例如 Bansal and Yaron(2004)认为需要取一个很高的 IES。

当正常的经济增长情况和存在灾难时,消费者的跨期替代程度是不一样的。Nakamura et al. (2010)发现,在 IES 较小时,即在正常情况下,模型得到的结果是,在刚发生灾难时股票价格上涨,风险溢价为负——但这是不符合现实的。造成这一结果的原因是,输入灾难冲击时,人们预期消费短期内将持续下降,因此人们会大幅提高储蓄。而当 IES 小于 1 时,这种预防性储蓄效应就会主导灾难对预期股利的负作用,并进而提高股价。Gourio(2008)也发现了这一现象,同时这也可以解释为何 Bansal and Yaron(2004)一文的结果会高度依赖 IES 值的大小。这说明幂效用函数中 IES 小于 1 是不符合灾难发生时的现实的。

现实中,当发生灾难时,股市往往下跌,而与这一事实相一致的假设是:消费者在面临灾难时,更愿意跨期进行消费替代,这意味着一个高的 IES。这要求效用函数中 IES 必须大于 1。而广义预

① 当 $\gamma=1$ 时,效用函数为对数效用函数, $U(c) = \ln(c)$ 。

② Mehra and Prescott(1985)所做的文献调研表明,大多数经济学家对不变相对风险厌恶的赋值在 1~2 之间。

期效用函数可以分离 CRRA 和 IES,并保证二者可同时大于 1。

(三) 广义预期效用

为了解决传统预期效用函数的这一弊端,Epstein and Zin(1989)和 Weil(1990)等在 Kreps and Porteus(1978)的基础上提出了非预期效用函数(*non-expected utility*),也称为广义预期效用(*generalized expected utility*, GEU),简称 EZW 偏好。相比预期效用函数,非预期效用函数的一个最重要的改变是分离了风险偏好和时间偏好^①,在 $\gamma > 1$ 的条件下允许 $\psi > 1$,从而成为解决风险溢价的一个重要方向。

根据广义预期效用理论,在不确定条件下,对于消费序列 $(C_0, C_1, \dots)$,第 t 期的总效用不仅来自于当期的消费所得的效用,而且还取决于未来的期望效用:

$$U_t(C) = V[u(C_t), U_{t+1}(C)] \quad (6)$$

其中 $U(\cdot)$ 为总效用, C_t 是第 t 期的消费, $u(\cdot)$ 为每一期的效用函数, (C) 代表连续的消费序列 $(C_t, C_{t+1}, \dots)$ 。通过对上式 $V(\cdot)$ 函数第二项取期望确定等价,上式可改写为

$$U_t = \{C_t^{(1-\gamma)/\theta} + \beta \{E_t[U_{t+1}]^{1-\gamma}\}^{1/\theta}\}^{\theta(1-\gamma)} \quad (7)$$

其中, $\theta = (1-\gamma)/(1-1/\psi)$, γ 为 CRRA, ψ 为 IES。当 $\gamma = 1/\psi$ 时,上式即常见的幂效用函数。因此,预期效用函数实质上是广义效用函数的一个特例。Nakamura et al.(2010)指出,如果消费者是 EZW 偏好,那么对任意给定的当前消费水平,如果预期未来消费增长率将下降和对未来消费的不确定性增加,都将提高消费的边际效用。

(四) 利用 EZW 偏好解释资产定价问题

为何在解释风险溢价和市盈率波动时需要引入 EZW 偏好?根据“典型化”事实,当经济增长的不确定性增加时,风险溢价往往会上升,股票市场市盈率下降;而当经济向好时,市盈率往往会上升。正如 Obstfeld(1994)所观察到的,如果 $\psi < 1$ (例如幂效用函数),经济增长的不确定性增加时,股市市盈率反而上升;而当经济向好时,市盈率反而下降——而这明显与事实不符。因此幂效用函数不再适用。

因此,如果要解释股票的风险溢价和市盈率的波动,只有满足 $\psi > 1$ 才能解释,这意味着需要使用 EZW 偏好。其中的原因在于,如果是传统的时间可分的预期效用函数,由于股票收益率和消费增长率相互独立,(3)式中的预期增长率 g^* 的波动无法在股票收益率和消费增长率之间产生协方差,因此也就无法影响风险溢价。而只有在 EZW 偏好中且当 $\psi > 1$ 时, g^* 的波动才能导致股票收益率的波动,提高 g^* 会提高市盈率 V_t ,因为在投资为内生时, g^* 的波动能在股票收益率和消费增长率之间产生协方差。当 $\psi > 1$ 时,提高 g^* 会降低当期消费,这意味着股票收益率与消费的边际效用有正的协方差。直观来讲,在经济景气时期,预期增长率上升,未来消费水平更高,边际效用水平下降,因此股票收益率上升,风险溢价增加;相反,在经济衰退或灾难时期,人们预期未来经济可能大幅下降,未来消费水平下降,边际效用上升,股票收益率下降,从而风险溢价减小。因此 EZW 效用函数是更符合现实的。

那么,仅改用 EZW 偏好是否足以解释风险溢价?答案是否定的。Weil(1989;1990)的研究表明,如果不引入灾难,仅改用 EZW 效用函数,不仅得到的风险溢价很小,而且得到的无风险利率很高(称为“无风险利率之谜”),仍然无法解释风险溢价之谜。

^① 事实上,还有第三个偏好:消除不确定性的时间偏好,在 Kreps and Porteus(1978)和 EZW 偏好中,消费者倾向于早期而不是晚期消除不确定性。而在预期效用中无法体现这一偏好。

当然,如果同时引入灾难和 EZW 偏好,那么能更好地解释风险溢价之谜,也能更方便解释股市回报率和市盈率的波动之谜^①,例如 Bansal and Yaron(2004)和Barro(2009)。当未来消费增长可能发生较大的波动时,消费者由于害怕未来经济增长前景变坏会导致资产价格下降,会要求一个正的风险溢价,这可以解释低无风险利率和高风险溢价。

但 Bansal and Yaron(2004)与 Barro(2009)在经济波动来源上的设定有所不同,这又决定了二者解释能力的差异。前者假设的是长期经济增长率的波动,而后者则假设灾难只是影响短期经济增长率(式 2)。Bansal and Yaron(2004)证明,当 $\gamma=10$ 、 $\psi=1.5$ 时,引入 EZW 偏好和长期经济增长不确定可以很好地解释风险溢价。但 Barro and Ursua(2011)认为 $\gamma=10$ 取值过大,不符合实际^②,因而也限制了 Bansal-Yaron 模型的解释能力。而 Barro(2009)采用在经济增长马尔科夫过程中加入短期灾难冲击的做法, γ 取值在 3~4 之间,在正常的范围内,因而这一模型更有说服力。

解释股市波动性之谜时,当使用幂效用函数和无灾难的对数正态分布增长函数时,模型得到的结果是:增长率越高,市盈率越低;不确定性越大(p 或 σ 或 b 越大),市盈率越高。这一结果与事实相悖。Rietz-Barro 模型中将市盈率 $V_t(V_t \equiv P_t/C_t)$ 设为常数,因为无法解释股票收益的大幅波动。但 Bansal and Yaron(2004)和 Barro(2009)均放松了这一假定,引入 EZW 偏好,并证明当市盈率可随时间而变时,灾难可以解释股市回报率和市盈率高波动性之谜——未来消费不确定性的增加将使得股票的市盈率下降,而预期未来增长率的提高将使市盈率上升。

那么是否一定需要使用 EZW 偏好呢?对于这一问题,Gabaix(2012)进一步指出,对许多资产定价问题,例如股票和债券的价格波动、股票和债券回报率的可预测性,都可以沿用幂效用函数,只需在经济增长率中引入灾难状态即可;但如果要研究时变灾难(例如灾难概率的变化)造成的影响,那么就必须使用 EZW 偏好。

四、应用灾难解释宏观金融问题

灾难思路成功解释了风险溢价问题,学者们将灾难作为一种新的研究范式,进一步用于解释更多的宏观金融问题,例如,Gabaix(2012)将其可变灾难理论框架用来解释十个经典的宏观金融现象。此外,学者们进一步将灾难用于解释经济周期波动的福利损失、各国的利差和汇率变化。

(一)可变灾难与十个宏观金融问题

Gabaix(2012)对灾难思路进行了扩展,将 Rietz-Barro 思路中的不变灾难扩展为可变灾难,并将其用来解释十个经典的金融难题。这十个金融难题包括:五个股票市场之谜:(1)股权溢价之谜(Mehra and Prescott, 1985);(2)无风险利率之谜(Weil, 1989);(3)股票回报率高波动性之谜——股票回报率的波动性高于债券的波动,也高于消费波动的现象(Shiller, 1981);(4)股市总体回报的可预测性——可以利用市盈率来部分预测总体股票市场的回报(Campbell et al., 1988);(5)市盈率对协方差之谜——股票回报率的“特性”(如市盈率)比协方差具有更好的预测未来收益的解释力。

三个名义债券之谜:(6)债券的收益率曲线之谜——即债券名义回报率曲线呈斜向上的,长期

^① Campbell(1999)指出“股市波动性之谜”,指的是现实中 GDP 和消费波动都很小(标准差约 6%),而股票回报率却波幅很大(标准差接近 30%)的现象。

^② 例如 Nakamura et al.(2012)就举例形象地说明,当 $\gamma=10$ 时,人们会拒绝这样的一个赌博:50%的概率将消费提高 100 万倍,50%的概率减少消费的 1%。显然这是不符合现实的。

债券相对于短期债券的溢价过高,而经典的真实经济周期模型无法解释(Campbell,2003),这相当于债券版的“风险溢价之谜”; (7)长期债券回报率的可预测性——长期债券的收益曲线斜率越大,可以预测长期债券的超额回报越高(Campbell and Shiller,1991); (8)公司债券利差之谜——公司债券利差水平很高,这是历史违约率所无法解释的(Almeida and Philippon,2007)。

两个期权之谜: (9)价差较大的虚值看跌期权(*deep out-of-money puts*)要比 Black-Scholes 模型预测的价格要高 (Jackwerth and Rubinstein,1996); (10) 当股票市场指数的看跌期权价格较高时,这一期权的未来回报也会较高(Bollerslev et al.,2009)。

(二)灾难恢复与真实经济周期

灾难恢复与真实经济周期。Gourio(2012)根据风险溢价逆周期的事实,在传统的真实经济周期模型中加入灾难(设灾难发生的概率可变),并证明当灾难发生的风险越大,就业、产出、投资、股票价格和利率都会下降,而风险资产的预期回报则上升,从而表明灾难在真实经济周期模型中起着十分重要的作用。

此外,灾难也可以很好地解释经济周期的福利成本。Lucas(1987)认为消除总体消费不确定性所增加的福利是非常微小的,而且 Lucas(2003)明确提出,经济周期的福利成本与股票风险溢价之谜关系密切,因为二者都取决于消费者边际效用的波动情况。但跟 Mehra and Prescott(1985)所犯的的错误一样, Lucas 在模型中忽略了消费不确定性的巨大作用(Atkeson and Pletan,1994),从而得出了错误的结论。Barro(2009)引入灾难后的结果表明,对一个小概率灾难,一个社会愿意减少每年近 20%的 GDP 来消除这种潜在的灾难。由此可知,经济周期波动的福利损失可能会非常大^①。

(三)开放条件下灾难与汇率变化

灾难思路还可以解释开放条件下各国之间的利率和汇率差异之谜。利率差异之谜(*uncovered-interest-parity puzzle*, UIP)指的是与套利交易有关的、传统模型所无法解释的利率差异之谜,指的是不同国家之间利率差异与汇率变化之间不匹配的现象。汇率的远期升水之谜(*forward premium puzzle*)指的是当一国的风险升高时,其汇率将贬值,这种货币的看跌期权溢价将上升^②。Farhi and Gabaix(2011)、Guo(2011)利用灾难成功地解释了利率差异之谜和汇率的远期升水之谜。

此外,灾难思路还可用于解决气候变化风险溢价和贴现率问题,不过必须对传统的模型加以改进,纳入灾难的影响(Barro and Ursua,2011)。

五、小 结

资产定价理论经过多年的发展,已经有了 CAPM、APT 和 Black-Scholes 期权定价模型等成熟的理论,但这些理论关注的风险都是非系统性风险,对系统性风险尤其是对系统性风险的作用机制以及系统性风险对宏观经济和金融市场的影响等方面的研究却几乎是空白。而 2008 年的金融危机使得系统性风险成为摆在经济和金融学者们面前的难题。周小川(2012)指出,危机(也就是本文所说的灾难)实质上是消费的非线性变化,是典型尾部事件,而传统的线性函数和最优化方法无法解释和解决这类系统性风险及其所引起的宏观金融问题。因此,要解决风险溢价和各种宏观金融难题,宏观经济和金融研究亟需引入新的思路和方法。

① 对此的一个中文评述可见庄子罐(2010),庄子罐(2011)利用小概率“严重衰退”状态来解释中国经济周期波动的福利成本。

② 与此相反的是汇率的远期贴水之谜(*forward discount puzzle*)。

Rietz、Barro 和 Weitzman 等人将灾难引入资产定价模型,不仅完美地解释了股权高风险溢价和低贴现率的问题,而且经后来学者的努力,引入可变灾难和广义预期效用函数(EZW 偏好),利用灾难很好地解释了各种资产价格风险溢价和价格波动(例如股票、债券、期权和汇率的风险溢价和价格波动)等许多传统资产定价模型所无法解释的宏观金融现象。

灾难思路不仅可以补充和完善现有的资产定价理论,更重要的是实现了新古典经济学和真实经济周期理论的突破。正如 Gabaix(2011)所指出的,在传统的真实经济周期框架下,如果引入灾难,不仅依然可以使用传统的幂函数,而且可以很容易地从 Lucas 交换经济模型转换为生产经济模型,因此,灾难思路已经打开了一扇融合现代宏观经济学和金融学的大门。

参考文献

- 邓学斌(2009):《股权溢价之谜理论述评》,《云南财经大学学报》,第5期。
- 汪昌云、汪勇祥(2007):《资产定价理论:一个探索股权溢价之谜的视角》,《管理世界》,第7期。
- 周小川(2012):《金融危机中关于救助问题的争论》,《金融研究》,第9期。
- 庄子罐(2010):《经济周期波动的福利成本研究:分歧与进展》,《经济学动态》,第11期。
- 庄子罐(2011):《中国经济周期波动的福利成本研究——基于小概率“严重衰退”事件的视角》,《金融研究》,第4期。
- Almeida, H. and T. Philippon (2007): “The Risk-Adjusted Cost of Financial Distress”, *Journal of Finance*, 62, 2557–2586.
- Arrow, K. J., M. L. Cropper, C. Gollier, B. Groom, G. M. Heal and R. G. Newell, et al. (2012): “How Should Benefits and Costs Be Discounted in an Intergenerational Context: The Views of an Expert Panel”. Resource For the Future. Discussion paper No. RFF DP 12–53. Retrieved from <http://www.rff.org/RFF/Documents/RFF-DP-12-53.pdf>.
- Atkeson, A. and C. Pletan (1994): “Reconsidering the Costs of Business Cycles with Incomplete Markets”. In Fischer, S. and Rotemberg, J. J. (Eds.), *NBER Macroeconomics Annual 1994* (pp.187–207). Cambridge: MIT Press.
- Bansal, R. and A. Yaron (2004): “Risks for the Long Run: A Potential Resolution of Asset Pricing Puzzles”, *Journal of Finance*, 59, 1481–1509.
- Barro, J. and F. Ursua (2011): “Rare Macroeconomic Disasters”. NBER Working Papers. No. 17328.
- Barro, J. (2006): “Rare Disasters and Asset Markets in the Twentieth Century”, *The Quarterly Journal of Economics*, 121, 823–866.
- Barro, J. (2009): “Rare Disasters, Asset Prices, and Welfare Costs”, *The American Economic Review*, 99, 243–264.
- Barro, J. and T. Jin (2011): “On the Size Distribution of Macroeconomic Disasters”, *Econometrica*, 79, 1567–1589.
- Barro, J. and F. Ursua (2008): “Macroeconomic Crises since 1870”, *Brookings Papers on Economic Activity*, 2008, 255–335.
- Bollerslev, T., G. Tauchen, and H. Zhou (2009): “Expected Stock Returns and Variance Risk Premia”, *Review of Financial Studies*, 22, 4463–4492.
- Campbell, Y. (2003), “Consumption-Based Asset Pricing”. In Constantinides, G. M., Harris, M. and Stulz, R. (Eds.), *Handbook of The Economics of Finance* (Vol.1B, pp.803–887). Amsterdam: Elsevier Science, North-Holland.
- Campbell, Y. and J. Shiller, (1991): “Yield Spreads and Interest Rate Movements: A Bird’s Eye View”, *Review of Economic Studies*, 58, 495–514.
- Campbell, Y. and J. Shiller (1988): “The Dividend-Price Ratio and Expectations of Future Dividends and Discount Factors”, *Review of Financial Studies*, 1, 195–228.
- Chen, Z. and L. Epstein (2002): “Ambiguity, Risk, and Asset Returns in Continuous Time”, *Econometrica*, 70, 1403–1443.
- Ellsberg, D. (1961): “Risk, Ambiguity, and Savage Axioms”, *Quarterly Journal of Economics*, 75, 643–669.
- Epstein, G. and E. Zin (1989): “Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: A Theoretical Framework”, *Econometrica*, 57, 937–969.
- Farhi, E. and X.Gabaix(2011): “Rare Disasters and Exchange Rates”. New York University Working Paper. No. Feb 14. Retrieved from <http://pages.stern.nyu.edu/~xgabaix/papers/RareFX.pdf>.
- Gabaix, X. (2008): “Variable Rare Disasters: A Tractable Theory of Ten Puzzles in Macro-Finance”, *The American Economic Review*, 98, 64–67.
- Gabaix, X. (2009): “Power Laws in Economics and Finance”, *Annual Review of Economics*, 1, 255–294.

- Gabaix, X. (2011): "Disasterization: A Simple Way to Fix the Asset Pricing Properties of Macroeconomic Models", *American Economic Review*, 101, 406–409.
- Gabaix, X. (2012): "Variable Rare Disasters: An Exactly Solved Framework for Ten Puzzles in Macro-finance", *The Quarterly Journal of Economics*, 127, 645–700.
- Gourio, F. (2008): "Disasters and Recoveries", *The American Economic Review*, 98, 68–73.
- Gourio, F. (2012): "Disaster Risk and Business Cycles", *American Economic Review*, 102, 2734–2766.
- Guo, K. (2011): Exchange Rates and Asset Prices in an Open Economy with Rare Disasters. International Monetary Fund. Working paper. Retrieved from <http://www.dallasfed.org/assets/documents/institute/events/2008/080324guo.pdf>.
- Hall, R.E. (1988): "Intertemporal Substitution in Consumption", *Journal of Political Economy*, 96, 339–357.
- Jackwerth, C. and M. Rubinstein (1996): "Recovering Probability Distributions from Option Prices", *Journal of Finance*, 51, 1611–1632.
- Kahneman, D. and A. Tversky (1979): "Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk", *Econometrica*, 47, 263–291.
- Kimball, S. (1990): "Precautionary Saving in the Small and in the Large", *Econometrica*, 58, 53–73.
- Kimball, M. and P. Weil (2009): "Precautionary Saving and Consumption Smoothing across Time and Possibilities", *Journal of Money, Credit and Banking*, 41(2/3), 245–284.
- Knight, F. (1921): Risk, Uncertainty and Profit. Boston MA. Cosimo, Inc.
- Kreps, M. and L. Porteus (1978): "Temporal Resolution of Uncertainty and Dynamic Choice Theory", *Econometrica*, 46, 185–200.
- Lucas, R.E. Jr. (1978): "Asset Prices in an Exchange Economy", *Econometrica*, 46, 1429–1445.
- Lucas, R.E. (1987): "Models of Business Cycles". Oxford: Basil Blackwell.
- Lucas, R.E. Jr. (2003): "Macroeconomic Priorities", *The American Economic Review*, 93, 1–14.
- Martin, I. (2008): "Disasters and the Welfare Cost of Uncertainty", *The American Economic Review*, 98, 74–78.
- Martin, I. (2012): "Consumption-Based Asset Pricing with Higher Cumulants", *The Review of Economic Studies* (forthcoming). Retrieved from: www.stanford.edu/~iwrmm/higher%20latest.pdf.
- Mehra, R. (2008): "Handbook of the Equity Risk Premium". North-Holland: ELSEVIER.
- Mehra, R. and C. Prescott (1985): "The equity premium: A puzzle", *Journal of Monetary Economics*, 15, 145–161.
- Mehra, R. and C. Prescott (1988): "The Equity Premium: A solution?", *Journal of Monetary Economics*, 22, 133–136.
- Nakamura, E., D. Sergeyev and J. Steinsson (2012): "Growth-Rate and Uncertainty Shocks in Consumption: Cross-Country Evidence". NBER Working Paper No. 18128. Retrieved from <http://www.nber.org/papers/w18128>.
- Nakamura, E., J. Steinsson, R. Barro and J. Ursúa (2010): "Crises and Recoveries in an Empirical Model of Consumption Disasters". NBER. Working Papers No. 15920.
- Obstfeld, M. (1994): "Evaluating Risky Consumption Paths: The Role of Intertemporal Substitutability", *European Economic Review*, 38, 1471–1486.
- Rietz, A. (1988): "The Equity Risk Premium: A Solution", *Journal of Monetary Economics*, 22, 117–131.
- Shiller, J. (1981): "Do Stock Prices Move Too Much to be Justified by Subsequent Changes in Dividends?", *American Economic Review*, 71, 421–436.
- Veronesi, P. (2004): "The Peso Problem Hypothesis and Stock Market Returns", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 28, 707–725.
- Wachter, J. (2013): "Can Time-Varying Risk of Rare Disasters Explain Aggregate Stock Market Volatility", *Journal of Finance*, 68, 987–1035.
- Weil, P. (1990): "Nonexpected Utility in Macroeconomics", *The Quarterly Journal of Economics*, 105, 29–42.
- Weitzman, L. (2007): "Subjective Expectations and Asset-Return Puzzles", *The American Economic Review*, 97, 1102–1130.
- Weitzman, L. (2009): "On Modeling and Interpreting the Economics of Catastrophic Climate Change", *Review of Economics and Statistics*, 91, 1–19.