

元胞自动机理论在金融市场建模中的应用*

李 捷

[摘要]本文建立基于元胞自动机的金融市场演化模型,其中将市场交易者分为基础资产价值导向和技术分析导向两类,并通过模拟不同交易者的市场行为来建立演化模型,从而生成市场价格时间序列。文章对模型产出进行分析,发现价格序列表现出随机波动、尖峰厚尾和波动聚集等经典金融理论无法解释的金融市场特性,这些特性和实际金融市场有很高的相似度。因此论文得出结论:元胞自动机是探索金融复杂性的强有力工具。

关键词:元胞自动机;金融市场;交易者类型;市场价格;统计特征

JEL 分类号:C63 G02 G12

一、引 言

20 世纪 70 年代以来,研究者发现许多与金融理论相违背的市场异常现象,比如过度波动、尖峰厚尾、资产溢价、日期效应等(Tversky and Kahneman,1974;Bondt and Thaler,1990;Mehra and Prescott,1985;Siegel,2002)。对于这些异常现象的一个普遍解释是金融市场自身的复杂性。由于这种复杂性既包括参与者自身行为的复杂性,也包括参与者相互影响的复杂性,因此对这些异常现象的研究不能使用传统基于线性框架的静态方法,而需要从整体论的观点出发,使用复杂系统研究方法。

元胞自动机作为一种复杂系统方法在解决金融复杂性方面愈益受到重视和关注。元胞自动机最早由数学家冯·诺依曼(Von Neumann,1966)提出,但由于最初设计的元胞自动机模型复杂,且当时计算机处理能力较弱,包括冯·诺依曼本人在内的学术界并没有对元胞自动机理论做更深入的研究和讨论。20 世纪 80 年代以来,计算机运算能力不断提高,研究难度降低,元胞自动机理论重新开始引起学者兴趣,比如柯德(Godd,1968)、比尔(Byl,1989)分别提出了更为简单的元胞自动机模型,而以兰顿(Langton,1984)为首一批科学家以元胞自动机为工具开展对人工生命的深入研究,认识真实生命和生存形式。

美国科学家沃尔夫莱姆(Wolfram,2002)对元胞自动机理论进行了长期研究,认为一维初等元胞自动机^①作为一种动力学系统可以表现出以下四种动力学特性,分别是:点吸引子(图 1a);周期吸引子(图 1b);混沌吸引子(图 1c);稳定状态和无规律状态并存的复杂性(图 1d)。这一研究结果将元胞自动机和微分方程联系起来,为元胞自动机在系统理论中的运用提供了理论基础。

进一步的,康威(李才伟,1997)证明了元胞自动机具有通用图灵机的计算能力,与图灵机等价,也就是说在给定适当初始条件下,元胞自动机模型能够模拟任何一种计算机。经过近半个世纪的发展,元胞自动机理论可以用来模拟自然和社会现象这一观点已经被科学界普遍接受。本文使用元胞自动机对金融市场进行建模。

* 李捷,中国社会科学院金融研究所,博士后研究人员。

① 一维初等元胞自动机是形式最为简单的元胞自动机模型。元胞自动机由一维元胞构成,每个元胞只有两种状态,且元胞在下一时刻的状态由与其左右相邻的两个元胞的状态所决定。

图 1 元胞自动机的四种动力学结构图^①

国外关于元胞自动机模型在金融研究中的应用,主要文献有:波特罗奇和托马斯(Bartolozzi and Thomas, 2004)使用元胞自动机模型给出了金融市场的相变图形;赫墨斯(Hommes, 2006)、阿尔法拉诺,卢克斯和旺格(Alfarano, Lux and Wanger, 2005)以及克曼(Kirman, 2002)将市场中交易者决策准则不同这一特点加入了元胞自动机中;克拉维茨可,豪里斯特和赫尔宾(Krawiecki, Holyst and Helbing, 2002)使用元胞自动机模型建立了金融市场泡沫破裂的相变模型。总体上来说,这些研究大同小异,一般使用二维元胞自动机作为工具,元胞代表交易者,模型多通过图像相变来表示演化,缺乏数量性分析和解释。

国内关于元胞自动机理论在金融领域的研究更少,早期文献的研究重点集中在对国外成果的介绍上,比如应尚军和魏一鸣(2001、2003、2004、2006)等人的几篇文章,介绍了元胞自动机如何对金融市场中参与者行为和投资者行为的模拟以及金融资产价格序列的形成。近年来,国内学者对于元胞自动机模型在金融领域的应用开始出现一些原创性成果,如牛耘和杨玥等(2012)将元胞自动机模型运用于金融创新扩散中。李雪岩(2012)将元胞自动机模型运用于股票市场投资策略的研究中。李捷(2011)将元胞自动机模型运用于期权定价中。应尚军、范英(2013)将元胞自动机和遗传算法相结合,向元胞自动机模型中引入了学习规则。

本文在学者以上研究基础上,抓住金融市场价格形成过程中的一些规律,建立基于元胞自动机的异质^②金融市场模型,希望这一尝试能够捕捉到金融市场的复杂性。文章以下共分为四个部分:首先介绍元胞自动机的构成和金融市场演化模型的设计思路;其次构建模型进行模拟,分析不同模型参数对模型产出的影响;再次对模型产出进行分析和讨论,重点分析模拟价格时间序列和实际市场的相似性;最后是结论部分,对全文进行总结。

二、基于元胞自动机的金融市场模型设计

(一)元胞自动机的构成

元胞自动机由元胞、元胞空间、邻居和演化规则四部分构成。

元胞是元胞自动机的基本组成部分。元胞可以根据所要研究问题的不同而具有不同状态。在建立模型时,元胞一般被用来模拟系统中的最小组份。

元胞所分布的空间叫做元胞空间。元胞空间决定了元胞的空间分布和形状。比如元胞可以是分布在一维空间上的三角形元胞,也可以是分布在二维空间上的矩形元胞。元胞空间从方向上和数量上限制元胞之间相互影响的方式。

元胞根据周围元胞的状态来动态调整自身状态,元胞调整自身状态时需要搜索的区域就是该元胞的邻居。比如在一维元胞自动机中,邻居由演化半径决定,如果,说明元胞下一时刻的状态由该左右相邻的两个元胞状态决定。

① 图 1 是一维初等元胞自动机的演化过程图,图中元胞自动机的初始状态随机给出,元胞状态有两种“黑”和“白”。

② 这里的“异质”是指,元胞自动机模型中,各个元胞之间是不同质的,它们会根据不同的演化规则进行演化。

演化规则定义了元胞如何由当前自身状态和邻居状态来确定下一时刻自身状态。演化规则迭代应用于所有元胞推动整个元胞自动机演化。演化规则是元胞自动机模型灵魂所在,它决定了元胞之间的相互方式。

(二)金融市场模型设计思路

元胞自动机理论被应用于许多不同领域,比如细菌繁殖过程、流体力学、气体扩散特性和交通流优化等。这些研究领域有一共同特点是系统中存在大量独立个体,个体有自身状态且个体之间存在相互联系,个体根据这些联系选择自身行为,进而引起系统整体涌现。金融市场的运行也符合这样的特点,金融市场存在大量交易者,交易者各自实施自身的交易策略,交易策略会随着其他交易者的行为做出调整,所有交易者共同推动市场价格的变化。因此本文通过模拟交易者的行为以及行为的变化规则,将元胞自动机方法应用到金融市场建模中。

综合以前学者的研究成果以及笔者对金融系统中涌现行为的理解,提出本文基于元胞自动机的金融市场演化模型的构建思路如下:

第一,假设元胞自动机中每个元胞代表一市场交易者。

第二,将市场中交易者分为基础资产价值交易者和技术分析交易者两类。基础资产价值交易者通过评估金融资产的真实价值来制定交易策略;技术分析交易者制定交易策略最重要的考量因素是市场价格。

第三,每个元胞有三个状态:状态一是交易者的交易策略,分为基础资产价值策略和技术分析策略两类;状态二是交易者对进行交易的金融资产价格有心理预期,交易者根据这个心理预期和实际市场价格之间的大小关系来决定买卖;状态三是交易者所持有的金融资产数量。

第四,假设交易者可以在基础资产价值和技术分析两种投资策略之间进行类型转换,转换的依据是交易者持有的资产数量。也就是说,交易者持有金融资产数量越多,其成为基础资产价值交易者的可能性就越大,相反持有金融资产数量越少,成为技术分析交易者的可能性越大。这一假设蕴含了这样的事实:拥有大量金融资产的交易者有能力也有动力收集更多的市场信息,从而更为精准地评估出持有资产的真实价值。

第五,模型给出所有元胞心理价格、持有资产数量和金融资产市场价格的初始值。之后模型根据自身交易策略来调整心理价格和资产份额,从而确定下一时刻市场价格,进而推动系统演化。

(三)金融市场模型的构成

根据设计思路,分别定义元胞自动机的四个部分:元胞空间 G ,元胞状态 E ,元胞邻居 U 和演化规则 R 。

(1)元胞空间 G 。

每个元胞代表一个市场交易者,所有元胞构成一维元胞空间。

(2)元胞状态 E 。

每个元胞有三个状态变量:

①离散变量 $L(x, t)$,表示交易者 x 在 t 时刻的交易策略。当交易策略为基础资产价值时 $L=1$,当交易策略为技术分析时 $L=0$ 。

②连续变量 $R(x, t)$,表示元胞 x 在 t 时刻的心理价格预期。它说明交易者对于要交易的金融资产的心理价格预期。

③连续变量 $H(x, t)$,表示元胞 x 在 t 时刻持有的金融资产数量。初始状态 $H(x, t=0)$ 可以将取值限制在 $[0, 1]$ 之间,表示每一个元胞的预算约束。在演化过程中,不再限制在这一范围内取值,表示金融资产可以在元胞之间自由买卖,但是所有元胞持有的金融资产数量之和在演化过程中保持不变。

(3) 元胞邻居 U

所有元胞某时刻的交易策略、心理价格预期和持有份额三个变量决定下一时刻的市场价格,而下一时刻的市场价格又影响所有元胞下一时刻的状态。因此模型中元胞邻居 U 是整个元胞空间中其他的所有元胞。

(4) 演化规则 R

模型演化规则包括三个方面:

①交易策略 $L(x,t)$ 演化规则,由如下公式描述:

$$\begin{aligned} P\{L(x,t)=F\} &= \max\{0, \min[1, H(x,t)]\} \\ P\{L(x,t)=C\} &= 1 - P\{L(x,t)=F\} \end{aligned}$$

这一规则说明交易者在时刻成为基础资产价值交易者的概率为 $H(x,t)$,成为技术分析交易者的概率为 $1-H(x,t)$ 。即持有资产数量越大,则元胞成为基础资产价值交易者的概率就越大。

②心理价格 $R(x,t)$ 演化规则,由如下公式描述:

$$R(x,t) = p(t) + \alpha L(x,t)[F - p(t)] + \beta [1 - L(x,t)][p(t) - p(t-1)] + \sigma(x)dW_t \quad (1)$$

其中:

$p(t)$ —— t 时刻资产的价值;

F ——金融资产的真实价值;

α ——基础资产价值交易者价格回归真实价值速度;

β ——技术分析交易者紧跟市场价格的速度;

$\sigma(x)$ ——交易者受到不确定因素扰动的方差;

W_t ——一维纳过程;

③持有份额 $H(x,t)$ 的演化规则,由以下公式描述:

$$\frac{H(x,t+1) - H(x,t)}{H(x,t)} = R(x,t) - \frac{\int_S H(x,t)R(x,t)dx}{\int_S H(x,t)dx}$$

其中 S 表示元胞空间中所有元胞的集合,也就是市场中的所有交易者。公式说明 $t+1$ 时刻交易者 x 持有份额的变化率等于心理价格减去心理价格的平均值,这里的平均值是以持有份额为权重的平均值。这样做目的是在模拟市场参与者买卖金融资产的同时保持市场中金融资产数量不变,金融资产在整个模型演化过程中既不会凭空增加也不会凭空减少。同时这一公式也隐含了一个假设:市场中金融资产总是出清的,也就是说每一时刻市场价格都是均衡价格。

三、基于元胞自动机的金融市场模拟仿真

(一) 初始化参数及价格序列

模型初始参数设定如下:

元胞个数 50,也就是市场中有 50 个交易日参与; $\alpha=0.4, \beta=0.6$;基础资产价格 $F=3$,并在整个演化过程中保持不变;

模型初始演化条件为:

初始资产价格 $p(0)=2$;各个元胞初始金融资产持有数量服从区间为 $[0,0.5]$ 的均匀分布;元胞 x 的波动比例因子 $\sigma(x)$ 来自于区间为 $[0,1]$ 的均匀分布,并且在整个的演化过程中保持不变;每一步的噪声项 dW_t 来自于均值为 0 方差为 1 的标准正态分布;

图 2 给出了模型演化 500 个时间步骤的金融资产价格轨迹,同时表 1 给出了这一价格时间序列的基本统计量。

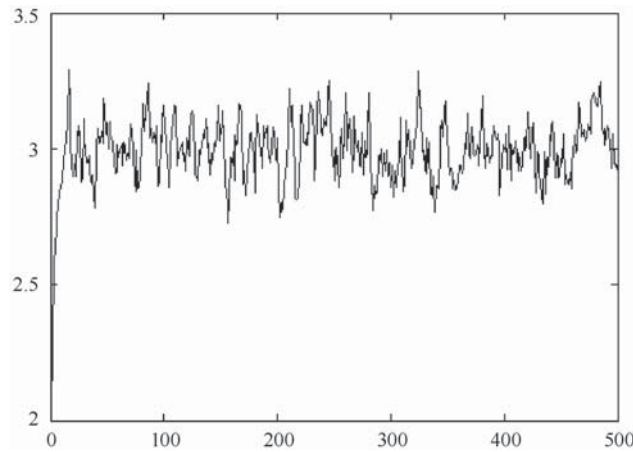


图 2 金融市场模型价格运行轨迹

表 1 模型产出价格序列基本统计量

统计量	数值	统计量	数值	统计量	数值	统计量	数值
样本数	500	最小值	2	中位数	2.9999	偏度	-1.7107
最大值	3.2929	平均值	2.9937	标准差	0.1167	峰度	15.1945

(二)不同参数对于价格序列的影响分析

在模型参数设定和初始化中,有两组变量对于模型结果具有意义。第一组变量是 α, β 的取值。 α 表示基础资产价值交易者回归金融资产真实价值 F 的速度, β 表示技术分析交易者紧跟市场价格变化的速度。 α 越大,市场中基础资产价值交易者对于价格的影响越大,价格越容易向真实价格回归,而 β 越大,市场中技术分析交易者对于价格的影响越大,价格越容易出现波动,模型的产出结果也反映了这一猜想。

首先假设 $\alpha+\beta=1$ ^①,考虑不同取值对于价格轨迹得影响。当 $\alpha=0, \beta=1$ 时,金融价格轨迹呈现出较大的波动,这时价格轨迹没有明显围绕资产价值波动,这是因为 $\alpha=0$,市场中基础资产真实价值信息并没有发挥作用,价格变化的原因完全是上一期价格变动。当 $\alpha=0.2, \beta=0.8$ 时,价格轨迹开始呈现出围绕真实价值波动的均值回归特性。随着 α 的不断增大, β 的不断减小,市场价格均值回归特性越来越明显。直到 $\alpha=1, \beta=0$ 时,市场价格均值回归特性表现最为突出,市场波动性极小,这时波动性仅仅来自于噪声项对于市场价格的影响。

考虑当 $\alpha=0, \beta=0$ 时,交易策略完全失效,市场完全由噪声交易者组成,这时的结果和 $\alpha=0, \beta=1$ 时相类似,价格不围绕价值波动,同时可以看出这时的波动性要比 $\alpha=0, \beta=1$ 时小,原因在于市场中没有技术分析交易者来放大价格波动。考虑当 $\alpha=1, \beta=1$ 时,两种交易策略都完全有效,市场表现均值回归效应,价格围绕价值波动,但是波动性极大,原因在于技术分析交易者的交易策略会迅速

^① $\alpha+\beta=1$ 这一假设在模型中并不必须,因为这里要分析的是两种不同类型的交易者执行交易策略的有效程度对于整个模型演化的影响,因此才将 α, β 的取值做了这一假设,方便进行对比。为完善分析,文中也加入了 α, β 取值同为 0 和 1 时的价格轨迹。同时 α, β 均在 $[0, 1]$ 区间取值这一假设也不是必须的,但是却是较为合乎现实的,因为市场中交易者的报价很少会超过自己的心理价位,即 α, β 大于 1。

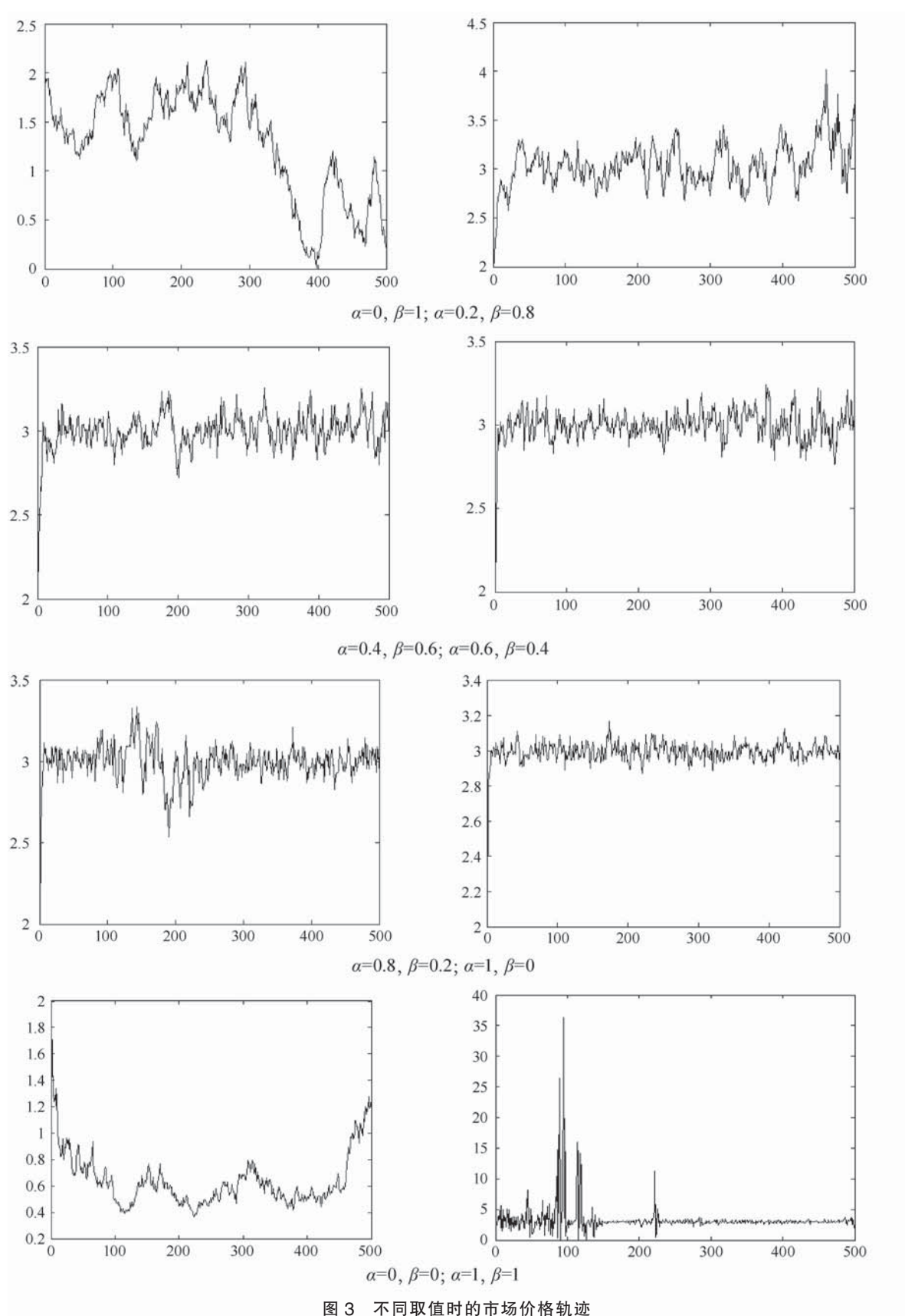


图 3 不同取值时的市场价格轨迹

的放大和缩小市场价格。图 3 给出了其他条件不变情况下, α, β 不同取值时, 金融市场模型产生的价格轨迹情况。

第二个对模型产出有影响的是初始资产持有数量的取值。模型产出的数据表明, 初始资产持有量和价格序列波动性有着密切的关系。图 4 反映了不同初始资产持有量的价格轨迹之间。

图 4(a) 是当初始资产持有数量在 $[0, 1]$ 区间上均匀取值时的市场价格轨迹。这时价格轨迹围绕价值波动, 但波动性较小, 原因在于初始元胞中基础资产价值的交易者数量较多, 促使技术分析交易者不能过度抬高或压低金融资产价格。

图 4(b) 是当初始资产持有数量在 $[0, 0.5]$ 区间上均匀取值时的市场价格轨迹。这时价格仍然围绕价格波动, 但波动性变大, 原因在于基础资产价值的交易者数量变少, 回归真实价值作用减弱, 技术分析交易者交易跌策略增大了金融资产的波动。

图 4(c) 是当初始资产持有数量在 $[0, 0.1]$ 区间上均匀取值时的市场价格轨迹。这时价格轨迹还显示出围绕价值波动的特性, 但从一开始价格波动性就很大。因此可以说初始资产持有数量越大, 市场价格表现出越大的波动性。

根据以上分析, α, β 取值和初始资产持有数量均可以影响模型产出的结果。这与实际观察到的情况相似, 在金融市场中, 基础资产价值交易者越多, 则市场价格波动性越小, 市场越稳定; 技术分析交易者越多, 市场价格波动性越大, 市场越动荡。这也是要鼓励机构投资者进入市场的原因。同时, 从对价格序列的影响程度上来说, α, β 取值对于价格序列的影响要大于初始资产持有数量, 这一方面是因为资产持有数量可以在演化过程中发生变化; 另一方面说明如果市场中基础资产价值交易者不按照价值投资策略进行交易, 反而会增加市场波动性。

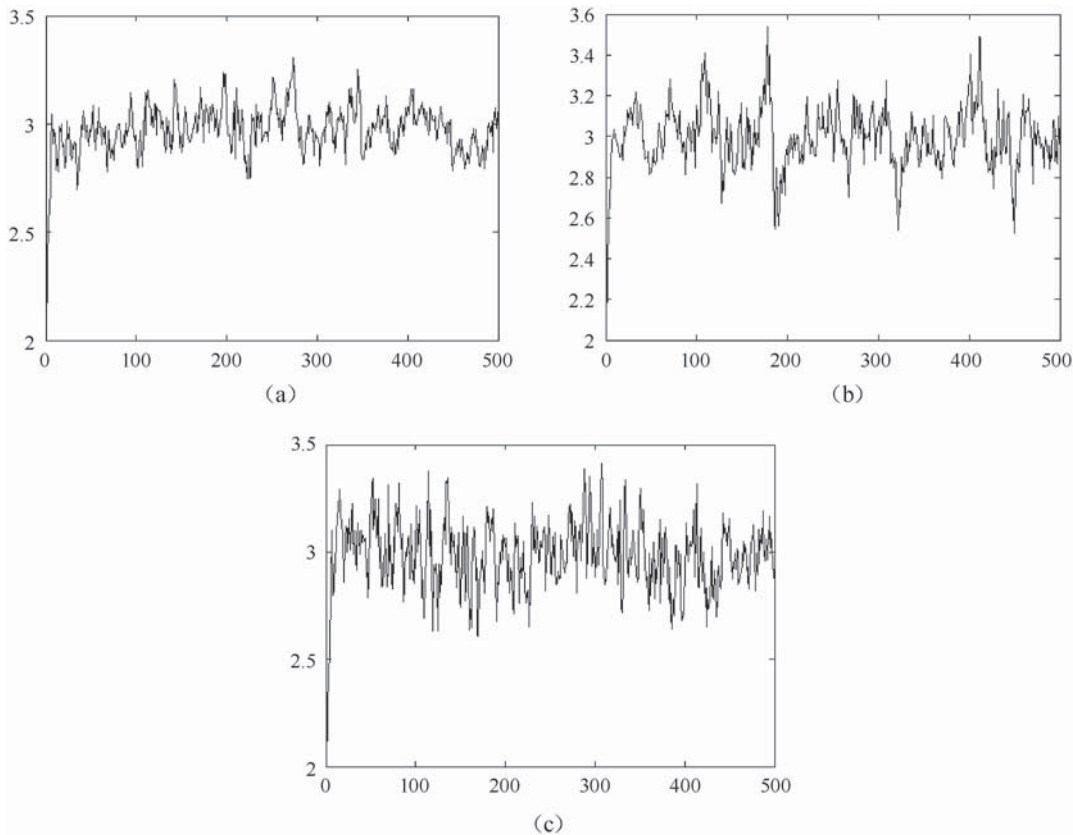


图 4 价格演化轨迹图

四、结果分析与讨论

(一)模型的均值回归特性

根据元胞自动机的设计,可以证明在金融市场模型中,市场价格的变动可以通过以下的公式给出:

$$p(t+1) = \frac{A(t)}{1-B(t)} F + \left[1 - \frac{A(t)}{1-B(t)} \right] p(t) + \frac{\sigma(t)}{1-B(t)} dW_t$$

其中:

$$A(t) = \frac{\int_s H(x,t) L(x,t) dx}{\int_s H(x,t) dx} \alpha$$

$$B(t) = \frac{\int_s H(x,t) [1-L(x,t)] dx}{\int_s H(x,t) dx} \beta$$

$$\sigma(t) = \frac{\int_s H(x,t) \sigma(x) dx}{\int_s H(x,t) dx}$$

从以上公式中可以看出,当基础资产价值交易者控制市场时, $A(t)=\alpha, B(t)=0$ 。价格演化公式可以改写为:

$$p(t+1) - p(t) = \alpha [F - p(t)] + \sigma(t) dW_t$$

这是 Ornstein-Uhlenbeck 模型 (Ornstein & Uhlenbeck, 1930) 的一个变形, Ornstein-Uhlenbeck 模型最重要的特征就是均值回归特性。

而当技术分析交易者控制市场时, $A(t)=0, B(t)=\beta$ 。价格演化公式可以改写为:

$$p(t+1) - p(t) = \frac{\sigma(t)}{1-\beta} dW_t$$

这是一个期望收益率为 0, 波动项系数为 $(1-\beta)^{-1}$ 的几何布朗运动过程。 β 越接近于 1, 模型的波动性越大。

因此可以得出结论:在基础资产价值交易者占优势地位时,具有均值回归特性。当技术分析交易者占优势地位时,市场将显示很大的波动,不再遵从价格围绕价值波动的定律。这一结论符合实际金融市场的情况,即机构投资者占主导地位,市场波动较小。

(二)随机特性

几何布朗运动过程是应用最广的金融资产价格变动模型,它由漂移项和波动项两部分组成,如下公式所示:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t$$

这一模型存在两个问题:首先漂移项 μ 是固定的,这一点隐含了假设:除去波动性不谈,持有金融资产可以得到一个稳定的收益率 μ 。这和现实情况相违背。图 5 给出了标准普尔 500 收益率图像,可以看到,标准普尔 500 收益率存在很大的波动性,而随机扰动项 σ 是不足以解释这一波动的。

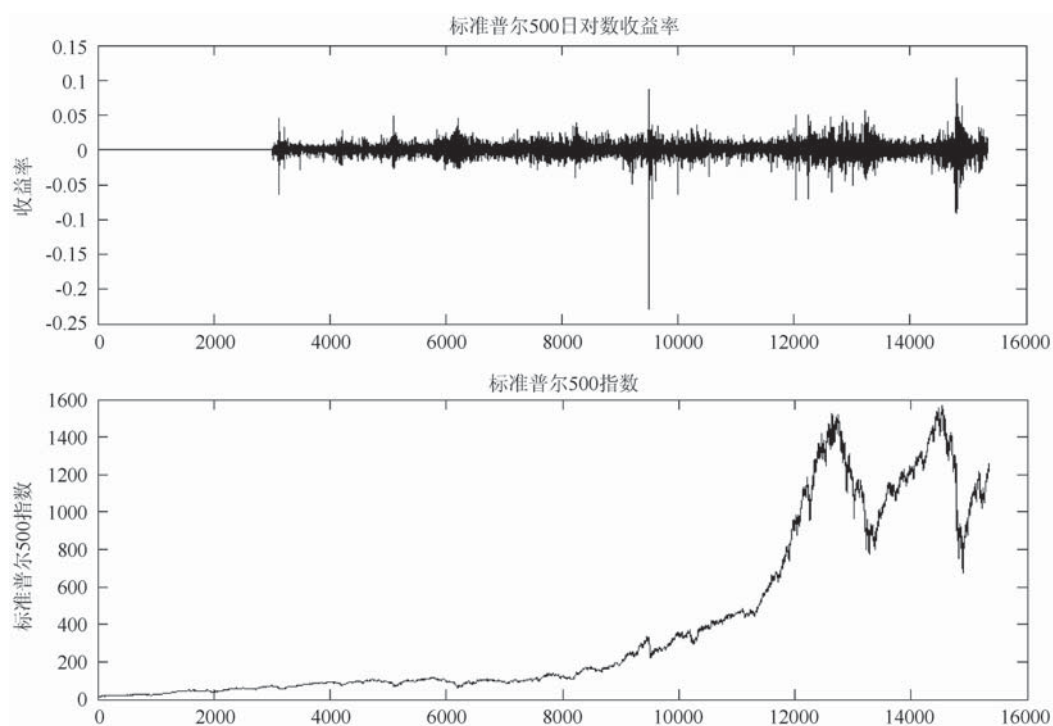


图5 标准普尔 500 的收益率

几何布朗运动模型的第二个问题是在相同时间间隔中,金融资产价格的波动固定,均为 $\sigma\sqrt{T}$,这一特点和真实情况是违背的。图 6 给出了 VIX 价格波动率指数图像,可以看出价格序列的波动也是随机的。

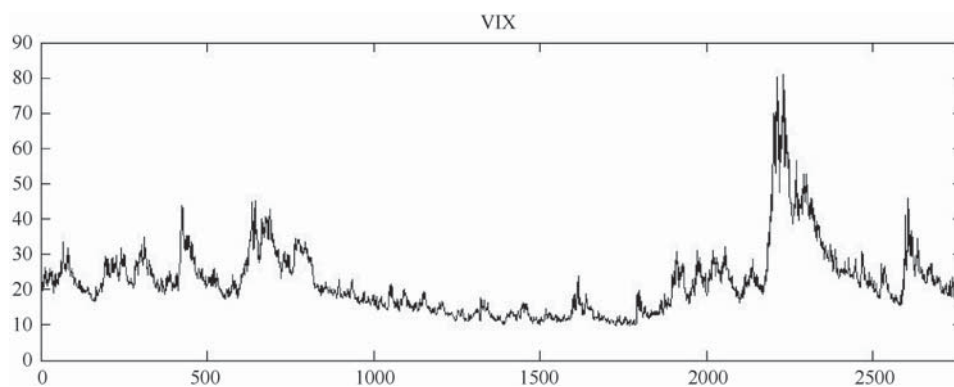


图6 VIX 价格波动率

基于元胞自动机的金融市场模型的漂移项可以用如下公式表示:

$$u(t) = \frac{A(t)}{1-B(t)} [\log F - \log p(t)]$$

波动项可以用如下公式表示:

$$\sigma(t) = \frac{\int_s^t H(x,t) \sigma(x) dx}{\int_s^t H(x,t) dx}$$

不言自明,漂移项和波动项均具有随机性。因此基于元胞自动机的金融市场模型相比于几何布朗运动更能反映现实市场价格变动情况。

(三)ARCH 特性

金融市场价格时间序列数据具有 ARCH 特性,本文检验了模型产出的 ARCH 特性,采用恩格尔(Engel,1982)提出的检验方法讨论模型产出是否具有自回归条件异方差性,结果如下:

表 2 ARCH 检验表

滞后阶数	H	P 值($\alpha=0.05$)
1	1	0.0003
2	1	0.0011
4	1	0.0041
8	1	0.0003
16	1	0.0000

H=0 说明接受原假设,即不存在 ARCH 效应,H=1 说明拒绝原假设,数据具有 ARCH 效应。P 值是指在每一滞后阶数中,数据不具有 ARCH 效应的显著水平。从表中看出,在滞后阶数为 1,2,4,8,16 时,原假设都被拒绝,结果表明模型产出的价格时间序列具有 ARCH 效应。

(四)尖峰厚尾特性

为了说明元胞自动机模型产出的价格时间序列的收益率分布特性,对不同市场模式下产生的收益率进行正态检验。收益率序列由公式 $u(t)=\log[p(t+1)/p(t)]$ 计算得出。

图 7(a)是基础资产价值交易者占主导时收益率正态概率检验图。图中显示数据和概率叠加线重合,说明收益率数据符合正态分布。只有在上下 5%的累积概率分布上出现了细微差异。因此可以得到结论:基础资产价值交易者占主导地位下,模型产出的价格时间序列收益率符合正态分布。

图 7(b)是技术分析交易者占主导时收益率正态概率检验图,和基础资产价值导向市场相比,可以看到分布两侧都和概率叠加线发生了偏离,在累积概率分布的上下 10%都有较强的偏差。

图 7(c)是基础资产价值交易者和技术分析交易者数量相等时收益率正态概率检验图。可以看到分布的两侧都和概率叠加线发生了偏离,在累积概率分布上下 5%都有较强偏差。这一图形和金融市场的真实情况具有很强相似性,如图 3(d)是上证综指日收益的正态概率检验图。可以得到结论:在基础资产价值交易者和技术分析交易者数量相等时,模型产出的收益率分布可以很好的拟合真实金融市场情况。

(五)波动聚集效应

波动聚集效应(Mandelbort 1963)是指金融市场在出现大波动之后,一般会紧跟着大的波动。数学上,这种波动聚集性对应波动率之间的高自回归性。基于元胞自动机的金融市场模型可以产生这种特性。为检验这种高自回归性,使用模型产出的价格序列,计算出收益率序列 $u(t)$,进而使用如下公式计算出实证波动率:

$$\sigma^2 = \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M [u(n-i) - \bar{u}]^2$$

为了提供一个好的波动自相关系数估计值,本文使用模型模拟出一容量更大的样本:价格时间序列的样本容量为 3000,模型采用基础资产价值和技术分析数量相等的市场结构,其他模型参数和初始条件不变。

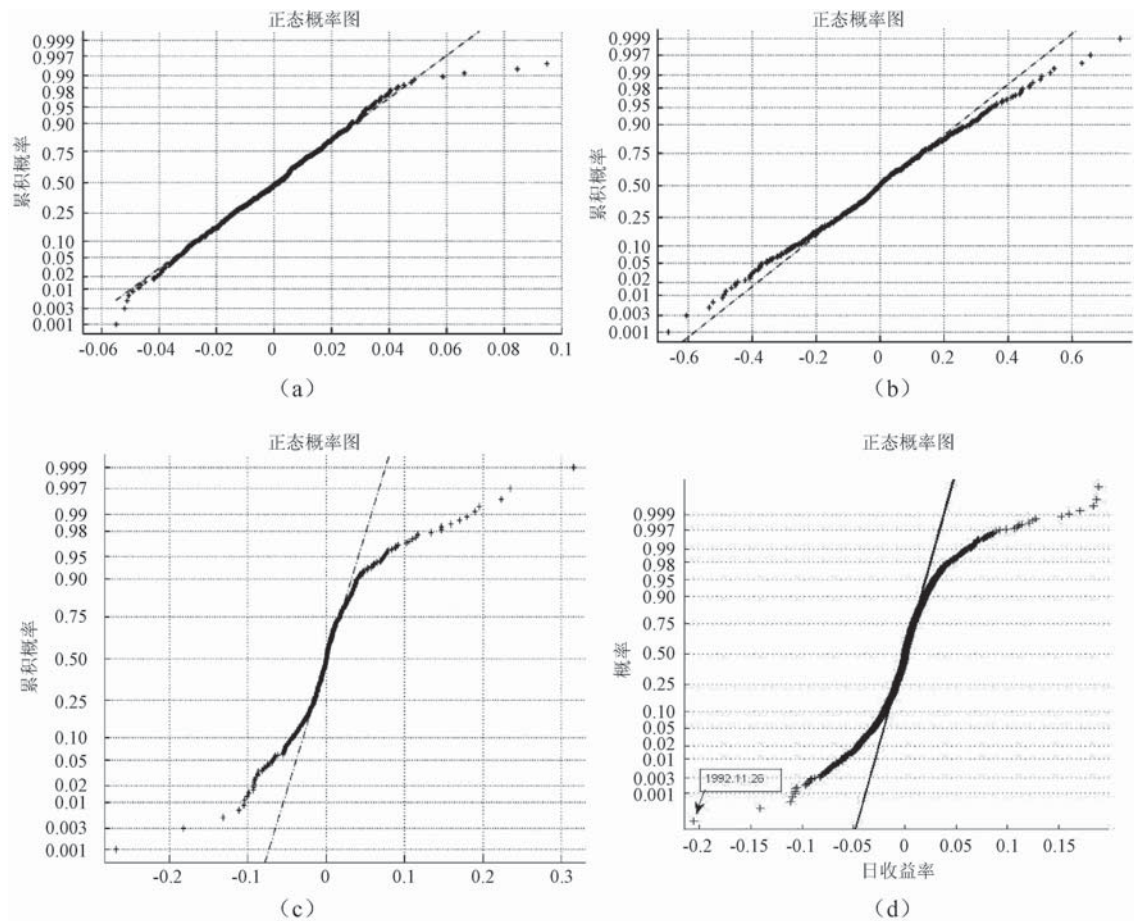


图7 模型产出数据和真实市场的收益率正态概率检验图

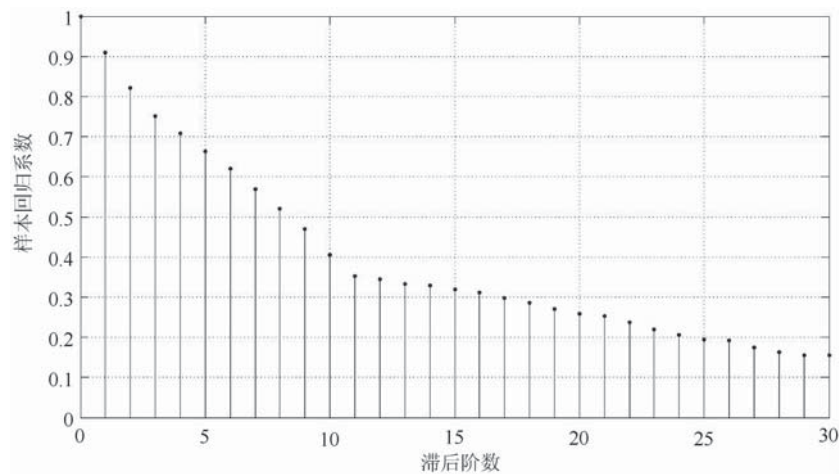


图8 滞后阶数从1到30的实证波动率自相关性

图8给出了滞后阶数从1到30的实证波动率自相关系数。当滞后阶数从1增加到30,自回归系数从1降到0.1562。图中可以看出基于元胞自动机的金融市场模型产出数据的波动率具有较高的自相关性,反映出波动聚集特性。

五、结 论

本文将元胞自动机理论应用于金融市场建模,构建了基于元胞自动机的金融市场模型。模型将金融市场中的交易者分为基础资产价值和技术分析两类,通过模拟他们不同的交易策略和相互影响来构建金融市场价格演化过程。模型产出的价格序列表现出随机漂移、随机波动、均值回归、自回归条件异方差、尖峰厚尾和波动聚集等特性,这些特性和实际市场情况十分吻合。这种模型产出数据和实际市场的相似性说明模型能够捕捉到金融市场中存在的复杂性,因此可以说元胞自动机理论是探索金融市场复杂性的一种强有力工具。

参考文献

- 李才伟(1997):《元胞自动机及复杂系统的时空演化模拟》,华中理工大学博士学位论文。
- 李捷(2011):《基于元胞自动机的期权定价模型》,《五邑大学学报(自然科学版)》,第4期。
- 李雪岩(2012):《基于元胞自动机的股票市场投资策略演化研究》,广东工业大学硕士学位论文。
- 应尚军、范英(2013):《股市演化的遗传元胞自动机模型》,《复杂系统与复杂性科学》,第3期。
- 应尚军、魏一鸣、蔡嗣经(2001):《基于元胞自动机的股票市场投资行为模拟》,《系统工程学报》,第5期。
- 应尚军、魏一鸣、范英等(2003):《基于元胞自动机的股票市场复杂性研究——投资者心理与市场行为》,《系统工程理论与实践》,第12期。
- 应尚军、魏一鸣、范英等(2004):《基于投资分析的股票市场演化元胞自动机模型》,《管理评论》,第11期。
- 应尚军、魏一鸣、范英等(2006):《单支股票市场的元胞自动机模型及其动力学研究》,《系统工程》,第7期。
- 牛耘、杨玥、兰多(2012):《基于元胞自动机的金融创新扩散优化》,《中国外贸》,第12期。
- Alfarano, S., T. Lux, and F. Wanger (2005): “Estimation of Agent-Based Models: The Case of an Asymmetric Herding Model”, *Computational Economics*, 26, 19–49.
- Bartolozzi, M. and A. Thomas (2004): “Stochastic Cellular Automata Model for Stock Market Dynamics”, *Physical Review. E*, 69, 46–112.
- Bondt, W. and R. Thaler (1990): “Do Security Analysts Overreact”, *American Economic Review*, 80, 52–57.
- Byl, J. (1989): “Self-reproduction in Small Cellular Automata”, *Physica. D*, 34, 259–299.
- Engle, E. (1982): “Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation”, *Econometrica*, 50, 987–1007.
- Godd, F. (1968): *Cellular Automata*, Academic Press.
- Hommes, H. (2006): “Heterogeneous Agent Models in Economics and Finance”, *Handbook of computational Economics*, 2, 1109–1186.
- Kirman, A. and G. Teyssiere (2002): “Microeconomic Models for Long Memory in the Volatility of Financial Time Series”, *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 4, 281–302.
- Krawiecki, A., J. Holyst and D. Helbing (2002): “Volatility Clustering and Scaling for Financial Time Series due to Attractor Bubbling”, *Physical Review Letters*, 15, 158701.
- Langton, G. (1984): “Self-reproduction in Cellular Automata”, *Physica. D*, 10, 135–144.
- Mandelbort, B. (1963): “the Variation of Certain Speculative Prices”, *Journal of Business*, 36, 394–419.
- Mehra, R. and E. Prescott (1985): “the Equity Premium, A Puzzle”, *Journal of Monetary Economics*, 15, 145–161.
- Neumann, V. (1966): *Theory of Self-reproducing Automata*. Champaign, Illinois. Univ. Illinois Press.
- Siegel, J. (2002): *Stocks for the Long Run*, McGraw-Hill.
- Tversky, A. and D. Kahneman (1974): “Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases”, *Science*, 185, 1124–1130.
- Uhlenbeck, G. and S. Ornstein (1930): “On the Theory of Brownian Motion”, *Physical Review Letters*, 36, 823–841.
- Wolfram, S. (2002): *A New Kind of Science*, Champaign, IL: Wolfram Media Inc.

(责任编辑:罗 滢)